

Die Firma im Halbschatten

von

**Michael Braulke
und
Heinz Sauer mann***

1. Einleitung

Im Vordergrund des in jüngster Zeit wieder erwachten Interesses und der Lust am uralten Phänomen der Steuerhinterziehung – sprich: Schattenwirtschaft – standen bisher vor allem die Frage nach dem quantitativen Umfang solcher Aktivitäten¹ und die nicht minder undurchsichtigen mikroökonomischen oder auch wohlfahrtstheoretischen Aspekte des Zusammenhangs zwischen Besteuerung, legalem Arbeitsangebot und Schwarzarbeit². Sieht man einmal von den Arbeiten zur klassischen Theorie des Schwarzmarkts ab, die sich vornehmlich mit den Konsequenzen staatlicher Höchstpreisvorschriften befaßt³ und deswegen zum Phänomen Schattenwirtschaft wenig zu sagen hat, so existiert erstaunlicherweise so gut wie keine Literatur zum Thema Theorie der Unternehmung und Schattenwirtschaft⁴. Der Grund mag darin zu suchen sein, daß das Verhalten der neoklassischen Firma bei direkter oder indirekter Besteuerung keine Rätsel aufgibt und daher zu vermuten ist, daß die gewohnten Standardergebnisse zumindest qualitativ weitgehend erhalten bleiben, wenn man die Möglichkeit der Steuerhinterziehung durch ein Engagement der Firma in der Schattenwirtschaft in Betracht zieht. Mindestens teilweise stimmt diese Vermutung, aber

* Wir danken einem anonymen Referenten für konstruktive Kritik.

¹ Siehe z. B. B. S. FREY, H. WECK und W. W. POMMEREHNE: Has the Shadow Economy Grown in Germany? An Exploratory Study, in: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 118, 1982, S. 499–524.

² Vgl. A. J. ISACHSEN und ST. STRØM: The Hidden Economy: The Labour Market and Tax Evasion, in: Scandinavian Journal of Economics, Vol. 82, 1980, S. 304–311.

³ Vgl. beispielsweise TH. DEATON, R. TOLLISON und ST. CRAFTON: A Note on the Theory of Black Markets Under Price Control, in: Economic Inquiry, Vol. 14, 1976, S. 300–304.

⁴ Die einzige uns bekannte Ausnahme bildet eine Arbeit von P. DE GIJSEL: A Micro-economic Analysis of Black Labour Demand and Supply, in: W. Gaertner und A. Wenig (Hrsg.): The Economics of the Shadow Economy, Berlin u. a. O. 1985, S. 218–226.

eben nur zum Teil. Die Möglichkeit einer Betätigung in der Schattenwirtschaft verändert die Entscheidungssituation der Unternehmung doch so grundlegend, daß deren Reaktionen auf Änderungen in der Steuerpolitik oder in den Marktdaten nicht mehr vollständig aus den Ergebnissen für die Konstellation ohne Hinterziehungsmöglichkeit gefolgert werden können. Wie wir im folgenden demonstrieren wollen, nimmt das Verhalten der Unternehmung aufgrund des veränderten Entscheidungsrahmens in einigen Punkten eine zumindest auf den ersten Blick überraschende Wendung.

2. Die veränderte Entscheidungssituation

Um die Analyse in überschaubaren Dimensionen zu halten, wollen wir uns hier auf das Gewinnmaximierungskalkül einer bei vollständiger Konkurrenz agierenden Unternehmung beschränken, die mit Hilfe nur des Faktors Arbeit ein Produkt herstellt und für den offen ausgewiesenen Gewinn Gewinnsteuern und für die legal beschäftigten Arbeitskräfte Lohnnebenkosten oder Sozialabgaben in Form einer Lohnsummensteuer abzuführen hat. Wir wollen annehmen, daß die Unternehmung ihre Produktion ganz oder teilweise mit Schwarzarbeit bestreiten kann, die natürlich nicht durch die Bücher geht und dementsprechend gegenüber dem Finanzamt auch nicht als Kostenelement absetzbar ist; und daß sie darüber hinaus auch den Verkauf ihrer Produktion ganz oder teilweise im illegalen Markt, d. h. ohne ordentliche Rechnungslegung, abwickeln und damit Gewinnsteuern hinterziehen kann. Allerdings wollen wir berücksichtigen, daß ein Engagement in der Schattenwirtschaft für die Unternehmung nicht ganz ungefährlich ist und sie deswegen mit Geldbußen rechnet, deren Höhe vom Umfang dieser illegalen Aktivitäten abhängt und die natürlich nicht steuerlich abzugsfähig sind⁵.

Bezeichnet nun

- L^l, L^i die legale Beschäftigung und den Einsatz von Schwarzarbeit,
 $y(L^l + L^i)$ den Output, von dem der Anteil a ohne Beleg und der Rest legal verkauft werden,
 p_l, p_i die Produktpreise im legalen und im illegalen Markt,
 w_l, w_i den legalen Lohnsatz und den Lohnsatz für Schwarzarbeit,

⁵ So selbstverständlich, wie hier unterstellt, ist die Nichtabzugsfähigkeit von Geldbußen allerdings nicht. Vgl. dazu die amüsante Diskussion bei J.-M. MÖSSNER: Steuerrechtliche Abzugsfähigkeit von Geldbußen. Einige grundsätzliche Bemerkungen zu einem aktuellen Thema, in: Recht und Wirtschaft, Ringvorlesung im Fachbereich Rechtswissenschaften der Universität Osnabrück 1984/85, Köln u. a. O. 1985, S. 37–53.

t_G, t_L den Gewinn- und den Lohnsummensteuersatz und schließlich $sS(L^i, a)$ die erwartete Geldbuße mit S als der Straffunktion und s als Parameter, den der Staat variieren kann,

so steht die oben skizzierte Firma vor dem Entscheidungsproblem

$$(1) \quad \max_{L^i, L^i, a} \pi = (1 - t_G) ((1 - a) p_l y(L^i + L^i) - (1 + t_L) w_l L^i) + \\ ap_l y(L^i + L^i) - w_l L^i - sS(L^i, a).$$

Der Ausdruck in der großen Klammer beziffert dabei den deklarierten Gewinn, während die übrigen Terme für die Erlöse und Kosten des Engagements in der Schattenwirtschaft stehen.

Am wenigsten befriedigend mag die Formulierung der Straffunktion S erscheinen, die schon in der Interpretation als Erwartungswert der Geldbuße Unbehagen bereitet. Da es uns aber nicht primär um die Frage geht, ob der Staat dem Problem Schattenwirtschaft wirkungsvoller mit einer hohen Strafandrohung oder einer hohen Wahrscheinlichkeit der Überführung begegnet⁶, haben wir uns für diesen einfachen deterministischen Ansatz entschieden. Um überhaupt zu einigermaßen klaren Aussagen zu kommen, wollen wir im folgenden darüber hinaus annehmen, daß die Straffunktion $S(L^i, a)$ separabel ist. Während für die ersten Ableitungen aus selbstverständlichen Gründen $S_L > 0$ und $S_a > 0$ angesetzt werden muß, erscheint es uns nämlich unmöglich, a priori sinnvolle Hypothesen für das Vorzeichen der zweiten gemischten Ableitung zu formulieren, weswegen wir $S_{La} = 0$ voraussetzen. Für die übrigen zweiten Ableitungen der Straffunktion folgt daraus, daß $S_{LL} > 0$ und $S_{aa} > 0$ gelten muß⁷, damit das Gewinnmaximierungsproblem (1) wohldefiniert ist und, wie wir annehmen wollen, eine (lokal) eindeutige innere Lösung besitzt.

Die Bedingungen erster Ordnung für das Problem (1) lauten dann

$$(2.1) \quad ((1 - t_G) (1 - a) p_l + a p_i) y_L - (1 - t_G) w_l (1 + t_L) = 0$$

$$(2.2) \quad ((1 - t_G) (1 - a) p_l + a p_i) y_L - (w_l + s S_L) = 0$$

$$(2.3) \quad (p_i - (1 - t_G) p_l) y - s S_a = 0$$

⁶ Vgl. hierzu F. A. COWELL: Public Policy and Tax Evasion: Some Problems, in: W. Gaertner und A. Wenig (Hrsg.): The Economics of the Shadow Economy, a.a.O., S. 273–284.

⁷ An diesen beiden Implikationen läßt sich inhaltlich kaum etwas aussetzen: sie erfordern lediglich, daß die Geldbuße mit zunehmendem Engagement in den illegalen Märkten überproportional steigt. Jede anders geartete Annahme würde darauf hinauslaufen, daß der Gesetzgeber auf Verstöße eine Art Mengenrabatt gewährt. Dies mag es bisweilen geben, aber es ist wohl eher untypisch.

und verlangen somit, daß das mit dem gewichteten Nettopreis bewertete Grenzprodukt der Arbeit jeweils dem effektiven Lohnsatz entspricht. Im Falle legaler Beschäftigung ist dies natürlich der legale Lohnsatz einschließlich Lohnsummensteuer nach Gewinnsteuern, und bei Rückgriff auf Schwarzarbeit ist es die Summe aus tatsächlichem Schwarzarbeiterlohn und (marginaler) Geldbuße. Die letzte Bedingung erster Ordnung schließlich besagt, daß sich der Preisvorteil bei zusätzlichen Verkäufen im illegalen Markt mit dem Nachteil einer höheren Geldbuße die Waage halten muß. Am Rande sei in diesem Zusammenhang noch erwähnt, daß wir durchweg davon ausgehen werden, daß der Produktpreis im legalen Markt nach Steuern geringer als der im Schwarzmarkt zu erzielende Preis ist. Wäre das nicht der Fall, so könnte (2.3) nicht erfüllt sein, und es gäbe für die Unternehmung keinen Grund, ohne Beleg zu verkaufen; wir hätten es dann natürlich mit der uns nicht interessierenden Randlösung $a = 0$ zu tun.

3. Konsequenzen für das Verhalten

Da die komparativ-statische Analyse der oben formulierten Entscheidungssituation keinerlei technische Besonderheiten aufweist und bestenfalls mühsam ist, beschränken wir uns hier auf eine kurze Diskussion der wesentlichen Ergebnisse und im Anhang auf die Darstellung der expliziten Lösung sowie einen Hinweis darauf, wie hier einige komplexere Zusammenhänge signiert worden sind.

Beginnen wir nun zunächst mit den Reaktionen der Unternehmung auf Preisänderungen.

$$(i) \quad \partial L^l / \partial p_l = ?, \quad \partial L^i / \partial p_l = 0, \quad \partial a / \partial p_l = ?$$

Auf den ersten Blick mag es überraschen, daß nicht eindeutig festzustellen ist, wie die legale Beschäftigung (oder auch die gesamte Beschäftigung) und der Anteil der Verkäufe im legalen Markt auf eine Produktpreissteigerung in diesem Markt reagieren. In einem eher technischen Sinn hängt dies damit zusammen, daß nicht L^l und nicht $1 - a$, sondern das Produkt $(1 - a)y(L^l + L^i)$, also die gesamten Verkäufe im legalen Markt mit dem Produktpreis p_l ein konjugiertes Paar bilden. Und tatsächlich läßt sich dementsprechend auch zeigen, daß diese gesamten Verkäufe im legalen Markt zunehmen, wenn der legale Preis steigt⁸. Ob dabei auch die Beschäftigung steigt, bleibt – wie erwähnt – ungewiß. Sicher ist nur, daß der Einsatz von Schwarzarbeit nicht variiert wird, was einfach damit zu erklären ist, daß gemäß (2.1) eine Änderung von p_l den effektiven Lohnsatz nicht zu

⁸ Wir begründen diese Feststellung im Anhang.

ändern vermag und dieser wiederum im Falle von Schwarzarbeit aufgrund unserer Separabilitätsannahme (bei unverändertem w_i und s) nur noch von deren Volumen L^i abhängt.

$$(ii) \quad \partial L^l / \partial p_i > 0, \quad \partial L^i / \partial p_i = 0, \quad \partial a / \partial p_i > 0$$

Wie schon im Fall einer Veränderung des legalen Produktpreises reagiert die Unternehmung mit ihrem Einsatz von Schwarzarbeit auch hier nicht auf eine Änderung des Produktpreises im illegalen Markt, und zwar aus genau denselben Gründen. Und ähnlich wie dort bietet sie hier nun offensichtlich verstärkt im illegalen Markt an, wenn der im Schwarzmarkt erzielbare Preis steigt. Diese Ergebnisse sind zweifellos plausibel. Was aber doch verwundert und wofür wir keine anschauliche ökonomische Erklärung geben können, ist der Umstand, daß die komparativ-statische Analyse hier eine eindeutige Ausweitung der gesamten Beschäftigung und damit auch der Produktion sowie eine Vergrößerung des Anteils der Verkäufe im illegalen Markt voraussagt, während ähnlich eindeutige Aussagen für den Fall einer Preissteigerung im legalen Markt nicht möglich waren.

$$(iii) \quad \partial L^l / \partial w_l < 0, \quad \partial L^i / \partial w_l > 0, \quad \partial a / \partial w_l < 0$$

Mit steigendem Lohn für legal beschäftigte Arbeit sinkt deren Einsatz, und die Unternehmung greift verstärkt auf Schwarzarbeit zurück. Dabei schlägt allerdings zu Buche, daß mit wachsendem Einsatz von Schwarzarbeit auch die marginale Geldbuße (sS_l) zunimmt, so daß die Beschäftigung insgesamt und damit auch der Output zurückgehen. Dieser Outputrückgang schwächt nun seinerseits den Preisvorteil von Verkäufen im illegalen Markt ab, weswegen gemäß (2.3) dort ein geringerer Anteil der Produktion angeboten wird. Ob damit per Saldo insgesamt ein größeres Volumen im legalen Markt erscheint, läßt sich allerdings nicht eindeutig feststellen.

$$(iv) \quad \partial L^l / \partial w_i > 0, \quad \partial L^i / \partial w_i < 0, \quad \partial a / \partial w_i = 0$$

Anders als eine Steigerung des Lohnsatzes für legal eingestellte Arbeit führt ein Ansteigen des Lohnsatzes für Schwarzarbeit lediglich zu einer Substitution von Schwarzarbeit durch legale Arbeit, während interessanterweise sowohl die gesamte Beschäftigung als auch die Verkäufe im legalen wie im illegalen Markt unberührt bleiben. Etwas oberflächlich läßt sich dieses Ergebnis mit dem Hinweis darauf begründen, daß eine Änderung des Lohnsatzes für Schwarzarbeit den effektiven Lohn nicht zu ändern vermag und sich deshalb auch das Grenzwertprodukt der Arbeit nicht ändern kann. Allerdings zeigt erst eine genauere Betrachtung der Bedingungen (2.1) und (2.3), daß jegliche Änderung des gesamten Beschäftigungsvolumens zusammen mit der entsprechenden Anpassung des Anteils der illegalen Verkäufe,

die das Grenzwertprodukt der Arbeit konstant hielte, die Bedingung (2.3) verletzen würde und demnach mit einer gewinnmaximalen Disposition über den Anteil der illegalen Verkäufe unvereinbar wäre.

$$(v) \quad \partial L^i / \partial t_G > 0, \quad \partial L^i / \partial t_G < 0, \quad \partial a / \partial t_G > 0$$

Den interessantesten Komplex im Verhalten der Unternehmung bilden sicherlich deren Reaktionen auf eine Anhebung der Gewinnsteuer. Auf eine verschärfte Gewinnbesteuerung antwortet sie mit einer Ausdehnung der gesamten Beschäftigung sowie einer Umschichtung von Schwarzarbeit zu legal beschäftigter Arbeit und – schon eher zu erwarten – mit vermehrten Verkäufen im illegalen Markt. Einerseits hinterzieht die Firma also vermehrt Steuern, indem sie einen größeren Teil der (wachsenden) Produktion im illegalen Markt verkauft; andererseits hinterzieht sie zugleich weniger Steuern insofern, als sie mindestens einen Teil der bislang schwarz beschäftigten Arbeitskräfte nun offen anmeldet. Letzteres hat allerdings nichts mit Steuermoral⁹ zu tun, sondern ist genau wie die verstärkte Steuerhinterziehung beim Verkauf der Produktion letztlich nur logische Konsequenz des Versuchs, (Gewinn-)Steuern zu vermeiden¹⁰. Den Schlüssel zum Verständnis dieser Reaktion bildet wiederum die Bedingung (2.1). Eine Anhebung des Gewinnsteuersatzes schmälert das Grenzwertprodukt der Arbeit und zugleich in stärkerem Maße den effektiven Lohn. Daher lohnt es sich, die Beschäftigung auszudehnen. Gleichzeitig erzwingt aber (2.2), daß auch der effektive Lohn für Schwarzarbeit sinkt, und dies ist nach Konstruktion der Straffunktion nur durch einen Abbau der Schwarzarbeit zu erreichen.

$$(vi) \quad \partial L^i / \partial t_L < 0, \quad \partial L^i / \partial t_L > 0, \quad \partial a / \partial t_L < 0$$

Die Reaktionen auf eine Lohnsummensteueranhebung kann man als nahezu seitenverkehrt symmetrisch zu den gerade erwähnten Reaktionen auf eine Gewinnsteueranhebung bezeichnen: Die gesamte Beschäftigung sinkt, was die Unternehmung nicht daran hindert, gleichzeitig vermehrt auf Schwarzarbeit zurückzugreifen, und ein kleinerer Anteil der (sinkenden)

⁹ In den Zielvorstellungen (1) des von uns hier modellierten Unternehmers haben Elemente der Steuermoral offensichtlich keinen Niederschlag gefunden. Dies geschah vor allem aus Gründen der Vereinfachung.

¹⁰ Ob eine Verschärfung der Gewinnbesteuerung die Einnahmen aus dieser Steuer erhöht oder nicht, ist unklar. Immerhin läßt sich aber zeigen, daß ein Ansteigen des Gewinnsteuersatzes die Unternehmung veranlaßt, einen geringeren Gewinn zu deklarieren. Auf einen eingehenden Nachweis, der sich am einfachsten durch Untersuchung der Eigenschaften der (indirekten) Gewinnfunktion erbringen ließe, wollen wir hier verzichten und lediglich darauf hinweisen, daß die Verringerung des Anteils der Verkäufe im legalen Markt und die Anhebung der legalen Beschäftigung genau in diese Richtung zeigen.

Produktion wird im illegalen Markt verkauft. Analog zu den im vorangegangenen Absatz genannten Gründen sind es hier nun die Lohnsummensteuer, die vermehrt, und die Gewinnsteuer, die in geringerem Ausmaß als bisher hinterzogen werden.

$$(vii) \quad \partial L^i / \partial s = ?, \quad \partial L^i / \partial s < 0, \quad \partial a / \partial s < 0$$

Es versteht sich nahezu von selbst, daß eine lineare Anhebung der Geldbußen auf illegale Transaktionen die Unternehmung veranlaßt, ihren Rückgriff auf Schwarzarbeit zu verringern und zugleich einen größeren Anteil der Produktion im legalen Markt zu verkaufen. Weniger offensichtlich dürfte es dagegen sein, daß die gesamte Beschäftigung eindeutig abnimmt, zugleich aber im Unklaren bleibt, wie sich die legale Beschäftigung entwickelt. Gemäß (2.3) kann die Unternehmung das durch die Strafverschärfung gestörte Gleichgewicht zwischen Vor- und Nachteilen von Verkäufen im illegalen Markt wieder herstellen, indem sie entweder die gesamte Beschäftigung ausdehnt oder einen geringeren Anteil der Produktion illegal verkauft oder vielleicht sogar beides tut. Ein Blick auf (2.1) zeigt jedoch, daß ein derartiges Vorgehen zu einem Sinken des Grenzwertprodukts der Arbeit führen müßte und damit angesichts des unveränderten effektiven Lohns mit einer gewinnorientierten Disposition über den Einsatz legal beschäftigter Arbeitskräfte unvereinbar wäre.

4. Zusammenfassung der Ergebnisse

Überraschenderweise sind die rein beschäftigungspolitischen Auswirkungen der drei im Rahmen des vorliegenden Ansatzes dem Staat zur Verfügung stehenden Politikparameter (t_G , t_L und s) wesentlich klarer als die rein fiskalischen. Zielt der Staat auf eine Erhöhung der gesamten Beschäftigung, so erreicht er dies durch eine Senkung der Lohnsummensteuer oder, was man vielleicht nicht vermutet hätte, indem er die Gewinnbesteuerung verschärft¹¹ oder die Strafandrohung für illegale Transaktionen entschärft. Darüber hinaus bleibt ihm nur zu hoffen, daß der bei Verkäufen im legalen Markt erzielbare Preis anzieht. Geht es dem Staat dagegen ausschließlich um die fiskalischen Einnahmen, so hat die vorstehende Analyse bedauerlicherweise keine eindeutigen Anweisungen zu geben. Fest steht lediglich, daß eine Anhebung der Gewinnsteuern die Einnahmen aus der Lohnsummensteuer (!) anwachsen läßt. Ob umgekehrt auch eine Verschär-

¹¹ In einem statischen Modell wie diesem bleiben selbstverständlich die dynamischen Aspekte einer Steuer wie z. B. deren Auswirkungen auf die Investitionsbereitschaft und deren Folgen für die Beschäftigung unberücksichtigt.

fung der Lohnsummensteuer die Gewinnsteuereinnahmen erhöht, bleibt dagegen ungewiß. Auszuschließen ist diese Möglichkeit allerdings nicht, weil der deklarierte Teil des (notwendigerweise fallenden) gesamten Unternehmensgewinns durchaus zunehmen könnte.

Anhang

Vollständige Differentiation des Gleichungssystems (2) und Auflösen führt in Matrixschreibweise zu dem zentralen Ergebnis

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{ccccccc} \partial L^i / \partial p_i & \partial L^i / \partial p_i & \partial L^i / \partial w_i & \partial L^i / \partial w_i & \partial L^i / \partial t_G & \partial L^i / \partial t_L & \partial L^i / \partial s \\ \partial L^i / \partial p_i & \partial L^i / \partial p_i & \partial L^i / \partial w_i & \partial L^i / \partial w_i & \partial L^i / \partial t_G & \partial L^i / \partial t_L & \partial L^i / \partial s \\ \partial a / \partial p_i & \partial a / \partial p_i & \partial a / \partial w_i & \partial a / \partial w_i & \partial a / \partial t_G & \partial a / \partial t_L & \partial a / \partial s \end{array} \right\} =$$

$$A \left\{ \begin{array}{ccccccc} (t_G - 1)(1 - a)y_L & ay_L & (1 - t_G)(1 + t_L) & 0 & (1 - a)p_i y_L - w_i(1 + t_L) & (1 - t_G)w_i & 0 \\ (t_G - 1)(1 - a)y_L & ay_L & 0 & 1 & (1 - a)p_i y_L & 0 & s_L \\ (1 - t_G)y & -y & 0 & 0 & -p_i y & 0 & s_a \end{array} \right\}$$

Dabei ist $A = \{a_{ij}\}$ die Inverse der symmetrischen HESSE-Matrix $H = \{h_{ij}\}$ der Gewinnfunktion (1). Deren Elemente lauten

$$h_{11} = h_{12} = ((1 - t_G)(1 - a)p_i + ap_i)y_{LL} < 0,$$

$$h_{13} = h_{23} = (p_i - (1 - t_G)p_i)y_L > 0,$$

$$h_{22} = h_{11} - sS_{LL} < 0,$$

$$h_{33} = -sS_{aa} < 0,$$

so daß wir für die Elemente der Inversen A

$$a_{11} = (h_{22}h_{33} - h_{23}^2) / (sS_{LL}(h_{13}^2 - h_{11}h_{33})) < 0,$$

$$a_{12} = -a_{22} = 1 / (sS_{LL}) > 0,$$

$$(4) \quad a_{13} = h_{13} / (h_{13}^2 - h_{11}h_{33}) < 0,$$

$$a_{23} = 0,$$

$$a_{33} = h_{11} / (h_{11}h_{33} - h_{13}^2) < 0$$

erhalten. Die hier vermerkten Vorzeichen der h_{ij} oder a_{ij} sind überwiegend eine direkte Folge der Annahme, daß die hinreichenden Bedingungen zweiter Ordnung für ein Gewinnmaximum erfüllt und somit die HESSE-

Matrix H und deren Inverse A negativ-definit sind¹², oder sie ergeben sich unmittelbar aus den Bedingungen erster Ordnung. Die im Text diskutierten Vorzeichen der komparativ-statischen Reaktionen folgen dann direkt aus (3) unter Berücksichtigung von (4).

Im Text werden mitunter auch definitive Aussagen über die Entwicklung der gesamten Beschäftigung oder über die Verkäufe im legalen oder illegalen Markt gemacht, obwohl die konstituierenden Einzeleffekte unsignierbar geblieben waren. Um ermüdende Wiederholungen zu vermeiden, wollen wir nun an einem Beispiel, nämlich für den Fall eines steigenden Produktpreises im legalen Markt, demonstrieren, wie wir jeweils vorgegangen sind.

Durch Ausmultiplizieren und unter Berücksichtigung von (4) erhalten wir zunächst für die erste Spalte von (3)

$$\begin{Bmatrix} \partial L^l / \partial p_l \\ \partial L^i / \partial p_l \\ \partial a / \partial p_l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (t_G - 1) ((a_{11} + a_{12}) (1 - a) y_L - a_{13} y) \\ (t_G - 1) ((a_{12} + a_{22}) (1 - a) y_L - a_{23} y) \\ (t_G - 1) ((a_{13} + a_{23}) (1 - a) y_L - a_{33} y) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} ? \\ 0 \\ ? \end{Bmatrix}$$

Für die Entwicklung der gesamten Beschäftigung erhalten wir somit

$$\partial (L^l + L^i) / \partial p_l = (t_G - 1) ((a_{11} + 2a_{12} + a_{22}) (1 - a) y_L - a_{13} y),$$

was in diesem Fall nicht eindeutig zu signieren ist. Die Änderung der gesamten Verkäufe im legalen Markt stellt sich demnach auf

$$\begin{aligned} \partial ((1 - a) y) / \partial p_l &= -y \partial a / \partial p_l + (1 - a) y_L \partial (L^l + L^i) / \partial p_l \\ &= -(1 - t_G) \{ (a_{11} + 2a_{12} + a_{22}) ((a - 1) y_L)^2 \\ &\quad + 2(a_{13} + a_{23}) (a - 1) y_L y + a_{33} y^2 \} > 0. \end{aligned}$$

Das Vorzeichen ist hier deswegen eindeutig, weil der Ausdruck in der großen Klammer eine quadratische Form in A und somit negativ ist.

¹² Die auch hier verwendete Annahme, daß die Profitfunktion ein inneres Maximum besitzt und die hinreichenden Bedingungen zweiter Ordnung erfüllt sind, ist zwar durchaus üblich, aber keineswegs ganz harmlos. Selbst wenn wir unsere Aufmerksamkeit nur auf ökonomisch sinnvolle Konstellationen mit positiven Preisen und Löhnen sowie Steuersätzen zwischen 0 und 1 usw. beschränken, erzwingt letztere doch eine gehörige Portion Struktur. So verlangt die geforderte Negativ-Definitheit von H nicht nur, daß die Straffunktion S , wie erwähnt, streng konvex und die Produktionsfunktion y streng konkav sind, denn diese Eigenschaften sichern lediglich die Negativität der Hauptdiagonalelemente h_{ii} . Um die u. a. erforderliche Eigenschaft $h_{ii} h_{jj} - h_{ij}^2 > 0$ (mit $i \neq j$) für alle Hauptminoren sicherzustellen, müssen insbesondere die Konvexität der Straffunktion S ausgeprägt oder der Parameter s groß genug sein. Wäre dies nicht gewährleistet, so wäre mit Randlösungen zu rechnen. Den Gesetzgeber dürfte dabei vor allem interessieren, wie die Straffunktion zu gestalten wäre, um die Randlösung $a = L^i = 0$ zu erzwingen. Vgl. in diesem Zusammenhang noch einmal die in Fn. 6 erwähnte Literatur.