Grahams Paradox

1. Einleitung

Ausgangspunkt ist die Vermutung von Frank Graham (1923), daß bei Aufnahme von Handel zwischen zwei Ländern, die zwei Güter herstellen können (eins davon mit zunehmenden und eins mit abnehmenden Skalenerträgen) nicht notwendigerweise beide gewinnen, denn eins der Länder wird – verglichen mit der Autarkiesituation – mehr von dem Gut mit abnehmenden Skalenerträgen und weniger von dem Gut mit zunehmenden Skalenerträgen herstellen müssen. Dadurch werden in diesem Land die Faktorproduktivitäten in *beiden* Branchen abnehmen. Wieso deswegen Handel für dieses Land nachteilig sein sollte – der Zusammenhang zwischen Faktorproduktivitäten einerseits und der Wohlfahrt eines Landes andererseits ist keineswegs offensichtlich – bleibt zunächst unklar.

Graham hat versucht, seine Befürchtung mit Zahlenbeispielen zu belegen, dabei jedoch übersehen, daß sich die von ihm unterstellte Marktform der vollständigen Konkurrenz im Allgemeinen nicht mit der Existenz zunehmender Skalenerträge verträgt. Erst mit John Chipmans feinsinniger Unterscheidung, daß Skalenerträge schon auf Firmenebene oder aber auch erst auf Branchenebene wirksam werden können, lassen sich widerspruchsfreie Konstellationen konstruieren, in denen auf Firmenebene konstante Skalenerträge, auf Branchen- oder nationaler Ebene aber zunehmende Skalenerträge gelten. Auf dieser Grundlage ist Grahams Vermutung inzwischen von Ethier (1982) relativ allgemein untersucht worden. Er fand heraus, daß Grahams Befürchtung unter sehr speziellen Voraussetzungen tatsächlich zutreffen kann. Eine dieser Voraussetzungen ist eine starke Präferenz der beteiligten Gesellschaften für das Gut mit abnehmenden Skalenerträgen.

2. Ein einfaches Beispiel

Da Ethiers Beweisführung recht kompliziert ist, untersuchen Helpman und Krugman (1985, pp. 53-55) Grahams Vermutung anhand eines ultra-simplen Beispiels. In diesem Beispiel gibt es zwei Güter und nur einen Faktor, und für beide Güter gelten auf Firmenebene konstante Skalenerträge, für das Gut 1 auf Branchenebene aber zunehmende Skalenerträge.

Für die einzelne Firma j mögen die Produktionsfunktionen

$$x_1^j = \gamma l_1^j \tag{1}$$

$$x_2^j = l_2^j \tag{2}$$

gelten, wobei l_i^j die eingesetzten Arbeitsmengen sind. Es wird angenommen, daß die Firmen γ als Konstante ansehen; d.h. sie sehen nicht, daß γ in Wirklichkeit von der Höhe des Branchenoutputs für das Gut 1 abhängt. Schreiben wir Großbuchstaben für die Summation über alle Firmen, also $L_i = \sum_j l_i^j$ und $X_i = \sum_j x_i^j$, so soll einfachheitshalber $\gamma = X_1^{1/2}$ gelten. Die gesamtwirtschaftlichen Produktionsfunktionen lauten dann[1].

$$X_1 = L_1^2 \quad (3)$$
$$X_2 = L_2. \quad (4)$$

Bei Vollbeschäftigung, die wir voraussetzen, gilt $L = L_1 + L_2$, und somit erhalten wir für die gesamtwirtschaftliche Transformationskurve

$$X_1 = (L - X_2)^2. \quad (5)$$

Die Transformationskurve ist demnach konvex zum Ursprung[2].

Die Unternehmer seien Mengenanpasser und maximieren ihre Profite. Da sie nicht sehen, daß bei Gut 1 branchenspezifische zunehmenden Skalenerträge herrschen, muß im Gleichgewicht[3]

$$p_1 \leq wX_1^{-1/2} \quad (6)$$
$$p_2 \leq w \quad (7)$$

gelten, wobei p_i für die Güterpreise und w für den Lohnsatz stehen. Die Ungleichungen (4) verlangen, daß die Güterpreise entweder gleich den entsprechenden Grenzkosten sind – dann wird das entsprechende Gut in beliebiger Menge hergestellt – oder aber kleiner sind – dann wird das entsprechende Gut natürlich nicht hergestellt. Anders ausgedrückt: in (6) bzw. (7) muß das Gleichheitszeichen gelten, wenn das betreffende Gut hergestellt wird.

Die Konsumenten sollen Cobb-Douglas Präferenzen haben und immer den Teil $\alpha < 1/2$ ihres Einkommens für Gut 1 und den Rest für Gut 2

[1] Aus $x_1^j = X_1^{1/2} l_1^j$ folgt $X_1 = \sum_j x_1^j = X_1^{1/2} \sum_j l_1^j = X_1^{1/2} L_1$ und damit $X_1 = L_1^2$.

[2] Denn $\partial X_1 / \partial X_2 = -2(L - X_2) \leq 0$ und $\partial^2 X_1 / \partial X_2^2 = 2$.

[3] Für einen Produzenten z.B. des Gutes 1 lautet das Gewinnmaximierungsproblem max $\pi_1 = p_1 \gamma_1 l_1 - w l_1 = (p_1 \gamma - w) l_1$. Man sieht sofort, daß die Unternehmer $l_1^* = \infty$ zu wählen versuchen würden, wenn $p_1 \gamma - w > 0$ gilt, aber das ist offensichtlich unmöglich. Gilt gerade $p_1 \gamma - w = 0$, so ist l_1^* beliebig, weil jede Ouputmenge Nullgewinne beschert Gilt dagegen $p_1 \gamma - w < 0$, so wählen die Unternehmer $l_1^* = 0$, denn jeder positive Output würde Verluste verursachen.

ausgeben[4]. Damit gilt für den einzelnen Konsumenten, der über das Arbeitsangebot 1 und somit über das Einkommen w verfügt, $p_1c_1/w = \alpha$ und $p_2c_2/w = 1-\alpha$. Für alle Arbeitskräfte L und somit die gesamte Binnenwirtschaft gilt also die Konsumnachfrage

$$C_1 = \alpha wL/p_1 \tag{8}$$
$$C_2 = (1-\alpha)wL/p_2. \tag{9}$$

3. Das Autarkiegleichgewicht

Im Autarkiegleichgewicht müssen die Binnenmärkte geräumt sein, d.h. es muß gelten

$$C_1^A = X_1^A, \tag{10}$$
$$C_2^A = X_2^A, \tag{11}$$
$$L = L_1 + L_2. \tag{12}$$

Wir normieren $p_2 = 1$ und probieren, ob es eine Lösung gibt, bei der beide Güter hergestellt werden. (8) und (3) in (10) eingesetzt ergibt $\alpha wL/p_1 = L_1^2$. Und aus (6) mit Gleichheitszeichen und nochmals (3) folgt $w/p_1 = X_1^{1/2} = L_1$. Beides zusammen ergibt $L_1 = \alpha L$. Setzen wir andererseits (4) und (9) in (11) ein, so erhalten wir unter Berücksichtigung von (7) mit Gleichheitszeichen auch noch $L_2 = (1-\alpha)L$; das hätten wir allerdings auch direkt aus (12) ableiten können. Die Autarkielösung lautet also

$$\begin{array}{lll} L_1^A = \alpha L, & C_1^A = X_1^A = \alpha^2 L^2, & p_1^A = 1/(\alpha L), \\ L_2^A = (1-\alpha)L, & C_2^A = X_2^A = (1-\alpha)L, & p_2^A = w^A = 1. \end{array}$$

Man prüft leicht nach, daß die Preise p_i Gleichungen (6) und (7) mit Gleichheitszeichen erfüllen; und das müssen sie auch, weil hier ja beide Güter hergestellt werden.

4. Das Freihandelsgleichgewicht

Das mit einem Sternchen gekennzeichnete Ausland habe die Bevölkerung L^* und ansonsten identische Technologie und Präferenzen. Speziell soll jetzt allerdings

$$L/(L+L^*) < \alpha < 1/2 \tag{13}$$

[4]Mit der Annahme $\alpha < 1/2$ wird unterstellt, daß die Konsumenten eine relativ geringe Präferenz für das Gut 1, also das Gut mit zunehmenden Skalenerträgen haben.

gelten, und das heißt, daß die Bevölkerung des Inlands deutlich weniger als die Hälfte der Weltbevölkerung ausmacht und damit natürlich auch kleiner als die des Auslands ist.

Bei Freihandel lockern sich die Markträumungsbedingungen für die Gütermärkte, aber die für den Arbeitsmarkt bleiben erhalten. Statt (10) bis (12) müssen nun also

$$C_1 + C_1^* = X_1 + X_1^* \qquad (14)$$
$$C_2 + C_2^* = X_2 + X_2^* \qquad (15)$$
$$L = L_1 + L_2 \quad \text{und} \quad L^* = L_1^* + L_2^* \qquad (16)$$

gelten.

Der Handel wird die Güterpreise egalisieren, d.h. $p_i = p_i^*$. Der Geldlohnsatz wird allerdings *nicht* notwendigerweise egalisiert, so daß $w \neq w^*$ gelten kann. Demnach wird jetzt aus (6) und (7)

$$p_1 \leq w X_1^{-1/2} \quad \text{und} \quad p_1 \leq w^* X_1^{*-1/2} \qquad (17)$$
$$p_2 \leq w \quad \text{und} \quad p_2 \leq w^* \qquad (18)$$

und gemäß (8) und (9) muß schließlich auch noch

$$C_1 = \alpha w L / p_1 \quad \text{und} \quad C_1^* = \alpha w^* L^* / p_1 \qquad (19)$$
$$C_2 = (1-\alpha) w L / p_2 \quad \text{und} \quad C_2^* = (1-\alpha) w^* L^* / p_2 \qquad (20)$$

beachtet werden.

4.1 Helpman/Krugmans Lösung

Helpman und Krugmans Lösung lautet

$$\begin{array}{lll}
p_1 = \frac{\alpha L^*}{(1-\alpha)L^2}, & p_2 = 1, & \\
w = \frac{\alpha L^*}{(1-\alpha)L}, & w^* = 1, & \\
L_1 = L, & X_1 = L^2, & C_1 = \alpha L^2 \\
L_2 = 0, & X_2 = 0, & C_2 = \alpha L^* \\
L_1^* = 0, & X_1^* = 0, & C_1^* = (1-\alpha)L^2 \\
L_2^* = L^*, & X_2^* = L^*, & C_2^* = (1-\alpha)L^*.
\end{array}$$

Es soll uns nicht interessieren, wie Helpman und Krugman auf diese Lösung gekommen sind; wir wollen aber zunächst überprüfen, ob tatsächlich alle Bedingungen für ein Gleichgewicht, also (14) bis (20), erfüllt werden.

(14) bis (16) werden offensichtlich erfüllt, und daß (19) und (20) eingehalten werden, rechnet man ebenfalls schnell nach. Bleiben also noch (17) und (18) zu überprüfen.

Fangen wir mit (17) an: für das Inland gilt $p_1 = \alpha L^*/((1-\alpha)L^2) = w/L = wX_1^{-1/2}$, und das paßt, weil Gut 1 im Inland hergestellt wird; und für das Ausland gilt $p_1 < w^* X_1^{-1/2} = 1 \cdot 0^{-1/2} = \infty$, und das paßt auch, weil Gut 1 im Ausland nicht hergestellt wird. Bleibt also noch (18), und da fragt sich eigentlich nur, ob für das Inland $p_2 = 1 \leq w$ gilt, denn die analoge Bedingung für das Ausland ($p_2 = 1 = w^*$) ist offensichtlich mit Gleichheit erfüllt. Nun stellt man aufgrund einer einfachen Umformung von (13) schnell fest, daß $w = \alpha L^*/((1-\alpha)L) > 1$ gelten muß, und damit haben wir $p_2 = 1 < w$, also genau die passende Ungleichung für das Inland, das Gut 2 nicht herstellt.

Interessant an Helpman und Krugmans Lösung ist zunächst, daß sich beide Länder vollständig spezialisieren und daß $w > 1$ und $w^* = 1$ gilt, die Löhne im In- und Ausland also nicht egalisiert werden.

Am interessantesten ist aber, wer gewinnt und wer gegebenenfalls verliert. Am einfachsten geht man dieser Frage nach, in dem man die Veränderung der jeweiligen Budgetmengen des einzelnen Konsumenten gegenüber seiner Situation im Autarkiefall betrachtet – und darüber gibt natürlich die Entwicklung der Reallöhne Auskunft[5].

Für das Inland gilt

$$w/p_1 = L > \alpha L = w^A/p_1^A, \quad w/p_2 > 1 = w^A/p_2^A,$$

und das bedeutet, daß sich das Inland mit seiner Spezialisierung auf das Gut mit zunehmenden Skalenerträgen eindeutig besser als in der Autarkiesituation stellt. Für das Ausland errechnet sich allerdings

$$\begin{aligned} w^*/p_1 = (1-\alpha)L^2/(\alpha L^*) \lesseqgtr \alpha L^* &= w^{*A}/p_1^{*A}, \\ w^*/p_2 = 1 &= w^{*A}/p_2^{*A}, \end{aligned}$$

und das bedeutet, daß dort der Reallohn bezogen auf das Gut 1 nach Aufnahme von Handel möglicherweise geringer ist, als er es in der Autarkiesituation war. Diese von Graham befürchtete Konstellation wird hier das Ausland sicher treffen, sofern es – gemessen an seiner Bevölkerung – nur groß genug oder das Inland ausreichend klein ist.

[5] Der einzelne Konsument verfügt über das Einkommen w bzw. w^*. Die Achsenabschnitte seiner Budgetgeraden werden demnach durch w/p_i bzw. w^*/p_i, also die Reallöhne gegeben.

Wenn Helpman und Krugman mit diesem Beispiel demonstrieren wollen, daß das Graham Paradox eine reale Möglichkeit darstellt, so bleibt daran doch ein Umstand sehr merkwürdig: die beiden Länder spezialisieren sich jeweils auf das "falsche" Gut, nämlich das Gut, in dem sie einen komparativen Nachteil haben. Anhand der Autarkielösung erkennt man leicht, daß

$$p_1^A/p_2^A = 1/(\alpha L) > 1/(\alpha L^*) = p_1^{*A}/p_2^{*A}$$

gilt, und das bedeutet, daß das relativ große Ausland gerade wegen seiner Größe beim Gut 1, dem Gut mit zunehmenden Skalenerträgen und daher sinkenden Grenzkosten einen natürlichen komparativen Vorteil besitzt. Bei Helpman und Krugman ist es aber genau das kleine Land, das dessen Produktion übernimmt.

4.2 Die andere Freihandelslösung

Diese Beobachtung legt die Vermutung nahe, daß es für das vorliegende Beispiel noch eine weitere Freihandelslösung gibt – und genau das ist der Fall. Sie lautet

$$\begin{array}{lll}
p_1 = \frac{1}{\alpha(L+L^*)}, & p_2 = 1, & \\
w = 1, & w^* = 1, & \\
L_1 = 0, & X_1 = 0, & C_1 = \alpha^2 L(L+L^*), \\
L_2 = L, & X_2 = L, & C_2 = (1-\alpha)L, \\
L_1^* = \alpha(L+L^*), & X_1^* = \alpha^2(L+L^*)^2, & C_1^* = \alpha^2 L^*(L+L^*), \\
L_2^* = (1-\alpha)L^* - \alpha L, & X_2^* = (1-\alpha)L^* - \alpha L, & C_2^* = (1-\alpha)L^*.
\end{array}$$

Wer Lust hat, kann nachprüfen, daß auch diese Lösung die Bedingungen (14) bis (20) erfüllt. Interessanter ist aber, wie die beiden Länder fahren. Aus dem Vergleich der Reallöhne vor und nach Aufnahme von Handel erhalten wir nun

$$\begin{array}{rl}
w/p_1 = \alpha(L+L^*) > \alpha L = w^A/p_1^A, & w/p_2 = 1 = w^A/p_2^A, \\
w^*/p_1 = \alpha(L+L^*) > \alpha L^* = w^{*A}/p_1^{*A}, & w^*/p_2 = 1 = w^{*A}/p_2^{*A},
\end{array}$$

und das bedeutet, daß sich mit dieser Konstellation beide Länder besser stellen[6]. Der tiefere Grund dafür ist darin zu sehen, daß das Ausland in dieser

[6] Die Budgetmenge vergrößert sich für die Konsumenten in beiden Ländern, weil sich der Achsenabschnitt der Budgetgeraden auf der Achse für das Gut 1 (also w/p_1 bzw. w^*/p_1) vergrößert.

Lösung trotz des Umstands, daß es sich nicht vollkommen spezialisiert, mehr von dem Gut 1 herstellt als das Inland in der Helpman/Krugman-Lösung bei vollständiger Spezialisierung und dadurch der Preis p_1 kleiner ist als im Helpman/Krugman-Fall.

5. Fazit

Wie wir gesehen haben, kann Grahams Paradox auftreten, aber es müssen eine Reihe unglücklicher Umstände zusammentreffen: (*i*) die Konsumenten weltweit müssen eine vergleichsweise geringe Präferenz für das Gut mit zunehmenden Skalenerträgen haben ($\alpha < 1/2$), (*ii*) die beiden beteiligten Länder müssen sehr unterschiedlich groß sein, und (*iii*) das aus Sicht der komparativen Vorteile "falsche", nämlich das kleine Land muß die Produktion des Gutes mit zunehmenden Skalenerträgen übernehmen.

Literatur

Ethier, Wilfred J., "Decreasing Costs in International Trade and Frank Graham's Argument for Protection", *Econometrica,* 50 (1982), 1243-1268.

Graham, Frank D., "Some Aspects of Protection Further Considered", *Quarterly Journal of Economics,* 37 (1923), 199-227.

Helpman, Elhanan, and Paul R. Krugman, *Market Structure and Foreign Trade,* Cambridge, Mass.: MIT Press, 1985.

[*V-Graham.TEX*]